

# 超声速飞行器鼻锥空间气动热特性数值研究

林 佳, 王建华

(中国科学技术大学 工程科学学院 热科学和能源工程系, 合肥 230027)

**摘 要:** 采用 STAR-CCM+ 软件, 用经过验证的湍流模型和方法, 模拟空间(0~46 km)环境中鼻锥模型在超声速飞行状态下的气动热特性, 讨论了地面高焓风洞与空间飞行环境的区别. 主要区别表现在如下 3 个方面: ①要达到一定的滞止点温度, 地面高焓风洞热环境依赖于超声速气动热与电弧加热的耦合作用; ②在相同滞止温度的工况下, 地面高焓风洞实验使得整个鼻锥实验件壁面都暴露在高温气流下, 而空间飞行气动热主要集中在滞止点附近; ③在相同滞止温度的工况下, 空间飞行器的滞止区压力远远低于地面风洞实验压力. 数值模拟揭示: 相同来流马赫数下, 随海拔高度增加, 真实空间飞行条件下鼻锥滞止压力持续降低, 而滞止温度则先下降然后升高; 在同一空间高度下, 随着来流马赫数增大, 滞止温度和压力均呈抛物性增长, 同时激波位置逐渐靠近前缘壁面, 滞止区激波层变薄, 但当来流马赫数高于 4 之后这种趋势将不再明显.

**关 键 词:** 气动热; 鼻锥; 超声速; 滞止点; 标准大气

**中图分类号:** V231

**文献标志码:** A

## Numerical investigation on space aero-thermodynamic characteristics of nose cone of supersonic flight

LIN Jia, WANG Jian-hua

(Department of Thermal Science and Energy Engineering, School of Engineering Science, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

**Abstract:** A numerical investigation of the space (0—46 km) aero-thermodynamic characteristics of a nose cone model under a state of supersonic flight was performed using commercial software STAR-CCM+ with validated turbulence model and numerical strategy. Then the environment distinctions of the ground high enthalpy wind tunnel and space flight were discussed as follow: (1) To achieve a certain stagnation temperature, the ground high enthalpy wind tunnel environment relies on a coupling effect of supersonic aero-thermodynamics and arc-heating. (2) At the same stagnation temperature condition, a high-temperature flow covers the whole nose cone specimen in the ground high enthalpy wind tunnel case, while in the space flight aero-thermodynamic, a high-temperature area appears just near the stagnation region. (3) At the same stagnation temperature, the stagnation pressure of the space flight is far lower than that in the ground high enthalpy wind tunnel experiment. Numerical simulation results indicate that at the same free-stream Mach number, the stagnation temperature goes down at first and then goes up with the increase of flight altitude, while the stagnation pressure drops all the time; at the same altitude, the stagnation temperature and pressure have an exponential increase with the increasing free-stream Mach number, meanwhile the shock wave moves gradually to the solid wall, and the stagnation region becomes thinner with the increasing free-stream Mach number, but this trend will be not significant when the Mach number is larger than 4.

**收稿日期:** 2013-07-04

**基金项目:** 国家自然科学基金(91016016)

**作者简介:** 林佳(1988—), 男, 四川德阳人, 硕士生, 从事空天飞行器主动热防护技术研究.

**Key words:** aero-thermodynamics; nose cone; supersonic; stagnation point; standard atmosphere

长航时、高超声速飞行器在大气层中飞行时,由于黏滞作用,靠近飞行器表面的气体动能完全转换为热能,这将导致飞行器壁面的温度急剧升高,从而引发热结构烧蚀、变形、毁坏<sup>[1]</sup>,尤其是飞行器鼻锥、舵翼的前缘等部位。例如,美国航空宇航局研发的高超声速飞行器 X-43A,在两次飞行实验中,其头部温度分别在马赫数为 7 和 10 的条件下达到 1648.9℃和 2204.4℃<sup>[2]</sup>。再如,德国宇航中心(DLR)高超声速飞行器关键技术验证计划 SHEFEX2 在飞行再入段(100 km 处)以马赫数为 11 飞行 45 s 时,其头部前缘温度已经超过 1800℃<sup>[3]</sup>。德国提出的概念性高超声速客机 SpaceLiner 设计飞行速度马赫数为 20,对应 0.01 m 半径的头锥滞止点热流密度预计将达到 1.9 MW/m<sup>2</sup><sup>[4]</sup>,相应滞止温度为 5000℃<sup>[5]</sup>。显然,这给未来主、被动热防护系统研发、材料/结构设计及检测技术手段带来了空前的挑战。

限于成本、安全性及稳定性等因素,空间高超声速飞行器前缘类结构的热防护性能评估需要大量地面实验数据支撑,而地面实验则通常是通过高焓风洞模拟空间高超声速飞行产生的严酷热环境的<sup>[6-10]</sup>,即:通过电弧加热及低马赫数下的超声速气动热的耦合作用产生与高马赫数下的空间飞行所对应的气动热。因此,地面风洞实验和真实空间飞行环境下的气动热具有很大的差异。但是,这种差异的研究却鲜有文献提及。

本文将通过数值计算的方法,揭示地面高焓风洞实验环境与真实空间高超声速飞行产生的气动热环境的差异,模拟飞行器鼻锥在不同海拔高度和飞行马赫数下的气动热特性。

## 1 标准大气环境

真实大气环境非常复杂,不但与地理位置有关,且与季节乃至时辰都有关。但就整体平均状况来说,大气层大致可分为以下 4 个层次<sup>[11]</sup>:

- 1) 海拔高度为海平面 0~11 km 的高空为对流层,在此层中大气流动状况比较复杂。
- 2) 海拔高度为 11~32 km 的高空为平流层,在此层中大气以水平方向流动为主,且温度几乎不变,故又称为同温层。
- 3) 海拔高度为 32~80 km 的高空为高温层。
- 4) 在海拔高度大于 80 km 的高空为外层空间。

作为一种共同的标准,人们规定了标准大气状态,即:设大气为完全气体,满足状态方程

$$p/\rho = RT \quad (1)$$

式中  $R = 287 \text{ Pa} \cdot \text{m}^3$ 。在海平面上,即海拔高度  $H = 0 \text{ km}$ ,参考温度、压力、密度和空气分子质量分别为  $T_0 = 288.15 \text{ K}$ ,  $p_0 = 101325 \text{ Pa}$ ,  $\rho_0 = 1.225 \text{ kg/m}^3$ ,  $M_{\text{air}} = 28.964 \text{ g/mol}$ 。

在此基础上,文献[12]给出对流层和平流层标准大气:

- 1) 对流层  $0 \text{ km} \leq H \leq 11 \text{ km}$

$$T_e = 288.15 - 0.065 H \quad (2)$$

$$p_e = p_0 \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{g}{0.0065R}}$$

- 2) 平流层  $11 \text{ km} \leq H \leq 20 \text{ km}$

$$T_e = 216.65 \text{ K} \quad (3)$$

$$p_e = p_{11} e^{\frac{(H-11000)g}{RT_{11}}}$$

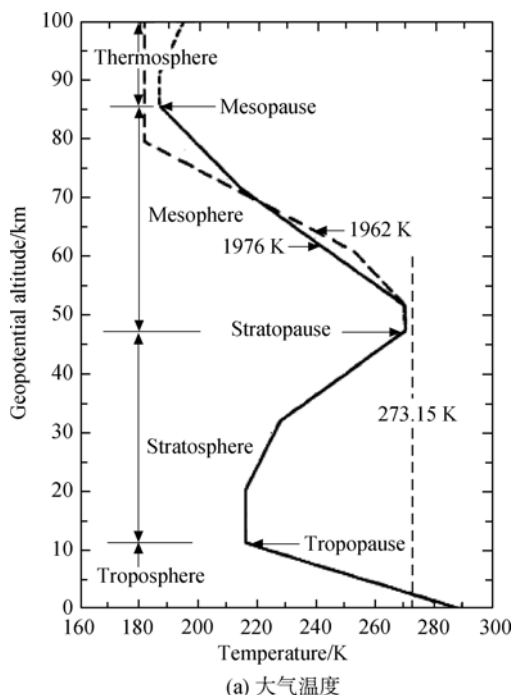
- 3) 平流层  $20 \text{ km} \leq H \leq 32 \text{ km}$

$$T_e = 216.65 + 0.001(H - 20000)$$

$$p_e = p_{20} \left( \frac{T}{216.65} \right)^{-\frac{g}{0.001R}} \quad (4)$$

式中下标 0, 11, 20 表示海拔高度(单位: km)。

然而,对于高温层( $H = 32 \sim 80 \text{ km}$ )及以上,温度、压力、密度关系很难用公式描述,通常用如图 1 所示的实验测量数据表示。



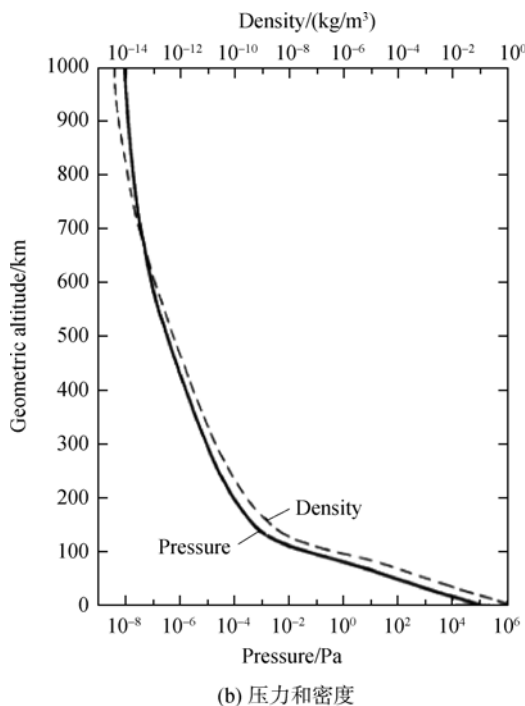
图1 大气温度、压力和密度随海拔高度变化<sup>[12]</sup>

Fig. 1 Atmospheric temperature, pressure and density variation with altitude

## 2 数值模型及计算条件

### 2.1 CFD 数值计算工具简介

STAR-CCM+是CD-adapco公司研发的连续介质计算流体力学(computational continuum mechanics algorithms)软件,搭载了CD-adapco独创的最新网格生成技术,具有强大的可视化功能.因此,本次计算采用这一软件.

### 2.2 几何模型及网格划分

本文研究的鼻锥模型如图2所示,同锥角尖锥总长度为61.6 mm,鼻锥半径 $R=3$  mm,半锥角 $\theta=7^\circ$ ,展向宽度为70 mm.

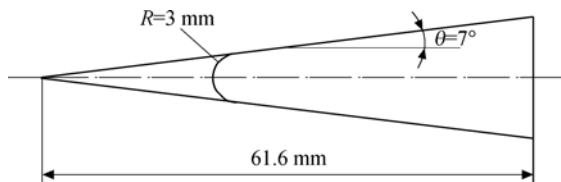


图2 鼻锥模型截面示意图

Fig. 2 Cross section diagram of nose cone model

计算网格划分如图3所示,整个流体区域由模型壁面延伸10倍以上模型的最大尺寸,采用四边形结构化网格,对头部弧形区进行分区,并对滞止点附近进行局部网格加密.

为了考察网格大小对计算结果的影响,对 $H=20$  km高空,来流马赫数为4的气动飞行特性分别进行了3种网格(8万、16万、21万)计算,得到基本一致的场分布;且滞止点温度分别为908.6,912.4,913.5 K,相差不到1%,网格对计算影响甚微.因此下面计算采用21万的网格模型.

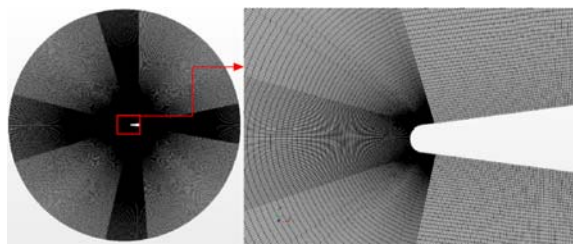


图3 模型网格划分整体及局部图

Fig. 3 Whole and local figure of mesh model

### 2.3 控制方程

连续性方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (5)$$

动量方程

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = \nabla \cdot \boldsymbol{\Sigma} + \rho \mathbf{f} \quad (6)$$

能量方程

$$\frac{\partial (\rho e_t)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e_t \mathbf{u}) = \nabla \cdot (\lambda \nabla t) + R + \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{u} + \nabla \cdot (\boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{u}) \quad (7)$$

式中 $\mathbf{u}$ 为速度矢量; $\mathbf{f}$ 为流体微团的体积力; $\boldsymbol{\Sigma}$ 为应力张量; $e_t$ 为流体微团内流体的总能量.

### 2.4 计算采用的不同海拔高度大气条件

澳大利亚悉尼大学的Bird教授提出以克努森数( $Kn$ )判定分子模型和连续介质模型<sup>[13]</sup>

$$Kn = \frac{\lambda}{L}$$

式中 $\lambda$ 为分子平均自由程; $L$ 为特征长度.

文献[14]得出结论:当 $Kn < 0.03$ 可使用无滑移连续介质的Navier-Stokes (N-S)方程.文献[15]则认为:当 $Kn < 0.001$ 时,无滑移边界条件N-S方程适用;当 $Kn$ 介于0.001和0.1时,则需用滑移边界条件N-S方程.针对本文给出的前缘模型,若取鼻锥头部半径为特征尺度,则 $L = 0.003$  m.根据文献[16],在50 km高空,平均分子自由程略小于 $10^{-4}$  m.由此计算得到 $Kn$ 略小于0.03.为了考察此高度滑移和非滑移条件下的计算结果差别,在模型前缘取3个点,如图4所示,

计算结果如表 1 所示, 温度相对误差均小于 0.5%, 这证明: 在此高度下, 边界滑移作用很小, 故后续对于 50 km 以下海拔高度的大气条件(如表 2 所示), 计算均采用无滑移壁面设定。

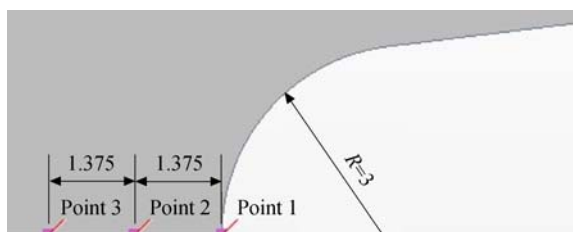


图 4 模型前缘取 3 个点比较两种边界条件(单位:mm)  
Fig. 4 Three points on the leading edge to compare two boundary conditions (unit:mm)

表 1 两种边界条件下温度的计算结果

Table 1 Caculation results of tepmerature under two boundary conditions

| 点 | 滑移条件下<br>温度/K | 无滑移条件<br>下温度/K | 温度相对<br>误差/% |
|---|---------------|----------------|--------------|
| 1 | 1443.786      | 1445.649       | 0.129        |
| 2 | 1377.503      | 1378.328       | 0.0599       |
| 3 | 292.6219      | 293.2218       | 0.205        |

表 2  $H=0\sim 46$  km 大气条件

Table 2  $H=0\sim 46$  km atmospheric conditions

| 大气层 | $H/\text{km}$ | $T_e/\text{K}$ | $p_e/\text{Pa}$ | $\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$ |
|-----|---------------|----------------|-----------------|-------------------------------|
| 对流层 | 0             | 288.15         | 101325          | 1.225                         |
|     | 5             | 255.68         | 54050           | 0.736                         |
|     | 10            | 223.25         | 26500           | 0.414                         |
| 同温层 | 15            | 216.65         | 12045           | 0.19370                       |
|     | 20            | 216.65         | 5529            | 0.08891                       |
|     | 25            | 221.65         | 2511            | 0.03951                       |
|     | 30            | 226.51         | 1197            | 0.01841                       |
|     | 35            | 236.51         | 574.6           | 0.025720                      |
| 高温层 | 40            | 250.35         | 287.1           | 0.003996                      |
|     | 46            | 266.93         | 131.3           | 0.001714                      |

## 2.5 求解器及初始设定

采用二维、完全气体、稳定流动、雷诺平均 N-S 动量方程, 微分方程的离散采用 2 阶迎风格式, Spalart-Allmaras 湍流模型适于模拟复杂的内外流动及具有逆向压力梯度下的边界层流动, 如: 翼形、机身、导弹和螺旋桨等, 因此这一模型被广

泛应用于航空航天领域的跨声速以及超声速 CFD 计算. 同时, 该模型相对简单, 计算量少. 出于上述原因, 我们选取该湍流模型。

### 1) 边界条件<sup>[17]</sup>

外边界采用自由流(free stream)

$$Ma = Ma_{\infty}, T = T_e, p = p_e$$

式中  $Ma_{\infty}$  为来流马赫数。

固体壁面边界设为绝热且无滑移条件

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0, u = 0, v = 0$$

式中  $n$  为壁面外法线方向。

### 2) 初始条件

给定初始速度场、大气环境温度及压力。

计算过程中除了对四大残差曲线进行监测外, 还对滞止点温度和压力进行监测, 以判定迭代收敛过程。

## 3 数值模拟结果讨论与分析

### 3.1 湍流模型和数值方法的验证

#### 3.1.1 与地面实验现象的定性比较

实验在我国航天气动中心的某高焓风洞上进行. 为了得到 1420 K 的滞止点温度, 首先用等离子电弧将气体加热至 793 K, 然后以来流马赫数为 2 的超声速喷向鼻锥实验件. 在相同实验工况下进行的数值计算, 得到滞止点温度为 1432.8 K, 这与实验数据非常接近. 图 5 定性比较了数值模拟与实验中用高速摄影仪捕捉的现象, 由图可见, 实验和模拟中都在相近位置(滞止点到激波距离相差约 17%)产生了一道明显的激波, 且在整个实验件壁面都有明显的高温附面层。

#### 3.1.2 与经典公式计算结果的定量比较

为了定量评估, 用文献[12]建议的经验公式进行计算

$$Ma_{e,s}^2 = \left[ \frac{T_s}{T_e} - 1 \right] \cdot \frac{2}{\gamma - 1} \quad (8)$$

式中下标 e, s 分别表示环境、滞止点;  $\gamma$  为大气比热比. 并将公式计算与数值模拟结构进行定量比较, 如图 6 所示, 可见两者非常接近, 最大相对误差小于 4.75%。

### 3.2 地面实验与空间飞行的差异

用经过验证的湍流模型和数值方法, 模拟当滞止点温度为 1420 K 时, 对应不同高度所需来流马赫数及滞止点压力, 得到如图 7 所示结果. 由图可见, 来流马赫数在对流层和高温层分别呈上升

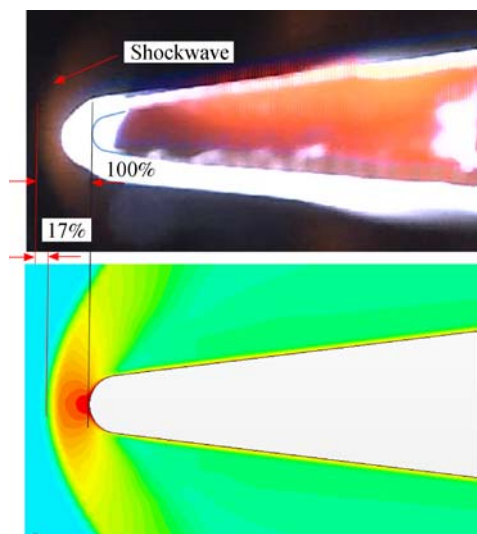


图 5 地面实验与数值模拟的现象对比

Fig. 5 Comparison of experiment and numerical results

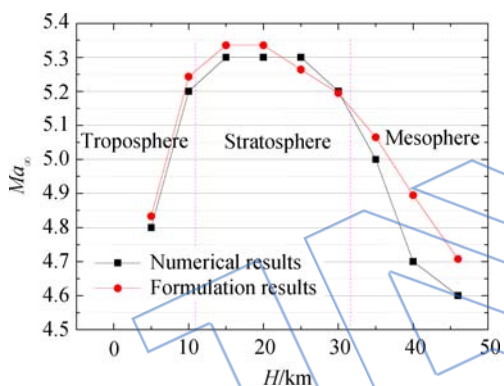


图 6 不同海拔高度来流马赫数数值计算值与公式精确解对比

Fig. 6 Comparison of free-stream Mach number between numerical and formulation analytical results

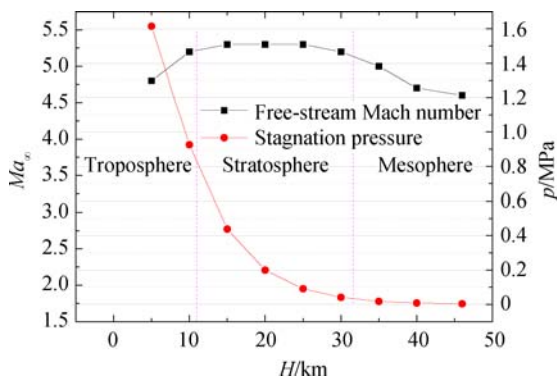


图 7 滞止温度为 1420 K 时来流马赫数和滞止压力随高度的变化

Fig. 7 Free-stream Mach number and stagnation pressure variation with altitude under stagnation temperature 1420 K

和下降趋势,而在同温层几乎不变,稳定在来流马赫数为 5.3 附近.相反,滞止压力却随着高度的上升,呈指数趋势一直下降.

图 8 为滞止点温度为 1420 K 时,模拟的地面高焓风洞实验(图 8(a))与单纯高空( $H=46$  km)飞行气动热(图 8(b))温度场.比较可见,地面高焓风洞实验中的激波位置离实验件模型距离更远,这是因为地面高焓风洞在滞止点温度为 1420 K 时,对应来流马赫数仅为 2,这比空间状态马赫数为 4.6 低得多;另一个明显的区别是,地面高焓风洞实验中,在整个实验件壁面都有明显的高温附面层,而空间低密度气体使得滞止区域以外的固体壁面并未产生明显气动热导致高温附面层.在此条件下,空间飞行时鼻锥下游壁面温度比地面平均低 400 K 以上.

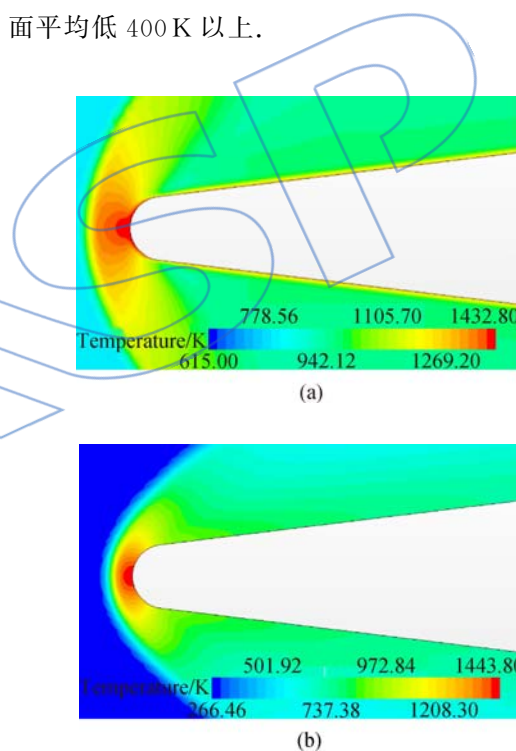


图 8 地面高焓风洞与空间飞行气动热模拟的温度场对比

Fig. 8 Comparison of temperature field between ground high enthalpy wind tunnel experiment and space flight aero-thermodynamic

图 9 展示了在相同滞止点温度为 1420 K 的条件下,地面高焓风洞实验和空间飞行两种情况下计算得出的压力场.地面和  $H=46$  km 高空环境下的滞止压力分别为 566 735 Pa 和 3 433.6 Pa,这意味着要想对滞止前缘进行主动冷却,在地面高焓风洞实验时需要 5 个大气压以上的驱动力才能推出冷却介质,而在高空则只需要几千帕,这

对主动热防护的冷却介质驱动设备要求大大降低. 因此, 这一研究对真实飞行器主动热防护极具参考意义.

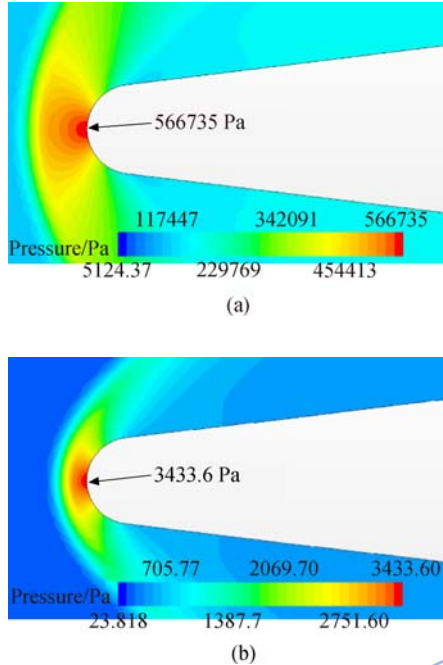


图 9 地面高焓风洞与高空飞行环境模拟的压力场对比  
Fig. 9 Comparison of pressure field between ground high enthalpy wind tunnel experiment and space flight

### 3.3 空间高度的影响

在相同来流马赫数 ( $Ma=2$ ) 条件下, 模拟计算了不同海拔高度鼻锥周围温度和压力分布, 如图 10 所示. 由图可见, 在对流层, 滞止温度随着高度的增加呈线性下降, 而在同温层达到最低点后开始反弹, 到高温层又开始大幅上升. 滞止压力则随着海拔高度的增加不断降低, 开始时下降幅度较大, 到海拔高度为 20 km 以后趋于平缓. 这是由于标准大气在同温层的环境温度低于对流层和高温层, 而环境压力却是随着高度增加一直减小的.

### 3.4 来流马赫数的影响

分别在对流层 ( $H=5$  km)、同温层 ( $H=20$  km) 和高温层 ( $H=46$  km), 对相同模型进行不同来流马赫数下的数值模拟, 得到图 11 所示滞止温度和滞止压力. 由图可见, 随着来流马赫数的增加, 滞止温度和滞止压力均呈抛物性增长, 在来流马赫数达到 10 时, 3 种高度滞止温度均接近 5000 K; 由于同温层 ( $H=20$  km) 大气环境温度低于其他两种情况, 故其滞止温度也最低, 但相差不大;

由于大气环境压力随海拔高度的增加一直降低, 故处于对流层 ( $H=5$  km) 时滞止压力最大, 在来流马赫数达到 10 时高达 6.6 MPa, 而高温层 ( $H=46$  km) 仅有 0.7 MPa.

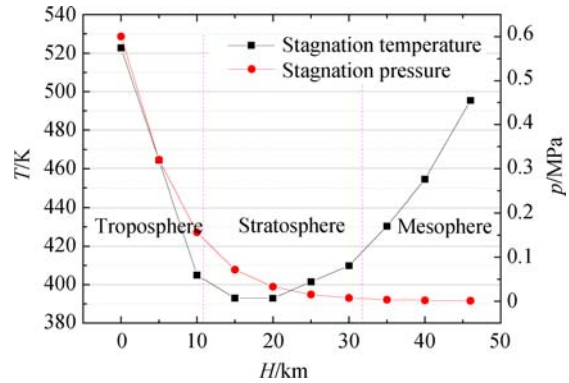


图 10 来流马赫数为 2 条件下滞止温度和滞止压力随海拔高度变化

Fig. 10 Stagnation temperature and pressure variation with altitude under free-stream Mach number 2

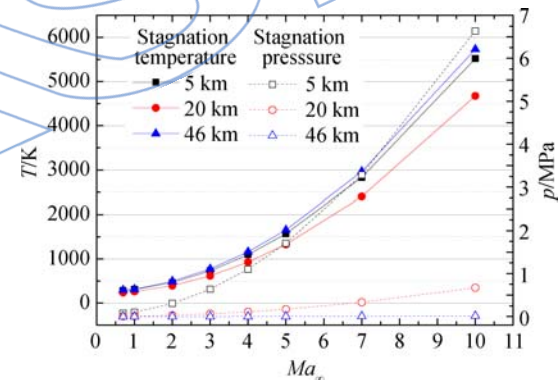


图 11 不同层滞止温度、滞止压力随来流马赫数变化趋势

Fig. 11 Stagnation temperature and pressure variation with free-stream Mach number at different altitudes

图 12 和图 13 为同温层 ( $H=20$  km) 鼻锥在不同来流马赫数下的云图和速度矢量图. 从图 12 可清楚看出, 在来流马赫数小于 4 时, 随着来流马赫数增大, 激波逐渐弯曲并向固体壁面靠近, 这意味着激波层逐渐变薄<sup>[18]</sup>, 参数变化梯度增大; 当来流马赫数大于 4 以后, 这种变化趋势就不明显了. 由图 13 可见, 随着来流马赫数的增大速度场逐渐出现断层, 当来流马赫数大于 4 时, 断层已覆盖整个鼻锥前缘, 低速滞止区变小.

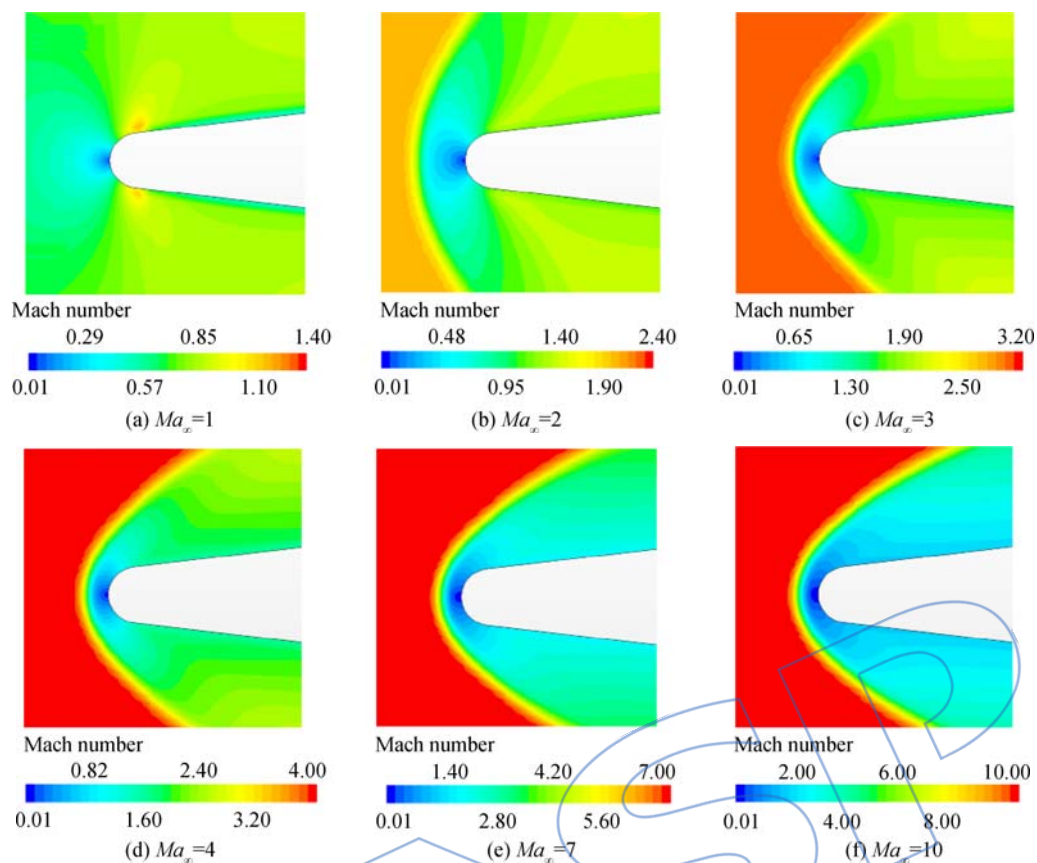


图 12 鼻锥在不同来流马赫数下云图

Fig. 12 Difference free-stream Mach-number contours of nose cone

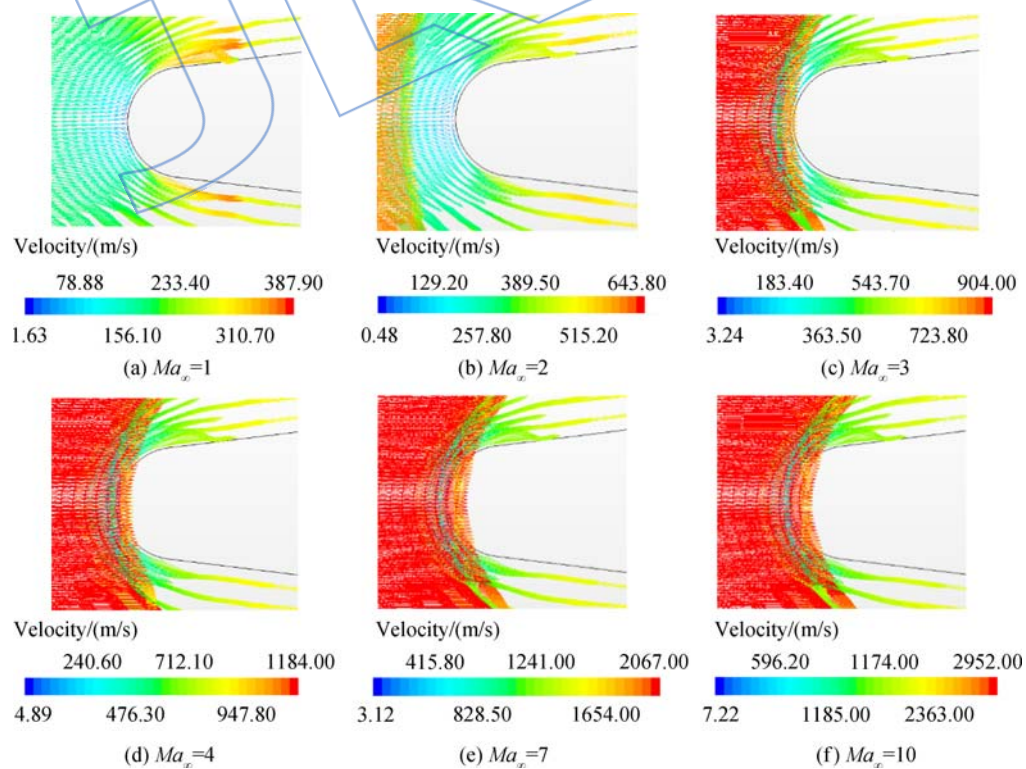


图 13 不同来流马赫数下速度矢量图

Fig. 13 Velocity vector variation at difference free-stream Mach number

## 4 结 论

通过与地面高焓风洞实验现象及经典公式计算结果的对比,验证了湍流模型及数值计算方法的合理性。在此基础上,讨论了地面高焓风洞实验与真实空间飞行气动热环境的差异,并通过对飞行器鼻锥在不同海拔高度(0~46 km)超声速飞行伴随的气动热现象的数值分析得出如下结论:

1) 以低来流马赫数( $Ma_\infty=2$ )地面高焓风洞实验得到的滞止温度 1420 K 为基准,进行不同海拔高度所需马赫数气动热计算,结果表明:在对流层和高温层所需要的马赫数比同温层小,但相差不大,均在马赫数为 5 左右。

2) 空间飞行和地面高焓风洞实验具有极大差异:地面实验中整个鼻锥壁面都被高温附面层覆盖,且滞止压力巨大;而真实空间飞行中仅在滞止区域附近出现气动高温,且滞止压力极小。这一特性将极大降低对主动冷却设备的要求。

3) 在同一来流马赫数下( $Ma_\infty=2$ ),滞止温度随着海拔高度的增加先降低然后升高,而降低发生在对流层,升高发生在高温层,在同温层则几乎不变。滞止压力随着海拔高度的增加一直降低,到 20 km 以后趋势逐渐平缓。

4) 在同一海拔高度,鼻锥滞止压力和滞止温度均随着来流马赫数增大呈抛物性增大;且激波的位置逐渐靠近固体壁面,激波层变薄,层内参数变化梯度增大,但当来流马赫数大于 4 以后,这种趋势便不再明显。

## 参考文献:

- [1] 王侠超,黄寿康,马国强. 流体动力弹道载荷环境[M]. 北京:宇航出版社,1991.
- [2] Rivers H K, Glass D E. Advances in hot structures development[R]. Noordwijk, Netherlands: 5th European Workshop on Thermal Protection Systems and Hot Structures, 2006.
- [3] 牛文,李文杰. 尖缘“刺破”地球大气层:德国 SHEFEX 2 试飞成功[J]. 飞航导弹,2012(9):13-18.  
NIU Wen, LI Wenjie. Sharp edge to pierce the earth's atmosphere: successful trial flight of German SHEFEX 2[J]. Aerodynamic Missile Journal, 2012(9):13-18. (in Chinese)
- [4] Van Foreest A, Sippel M, Klevanski J, et al. Technical background and challenges of the space liner concept[R]. Barcelona, Spain: 7th International Symposium on Launcher Technologies, 2007.
- [5] Reimer T, Kuhn M, Gülhan A, et al. Transpiration cooling tests of porous CMC in hypersonic flow[R]. AIAA 2011-2251, 2011.
- [6] Van Foreest A, Sippel M, Guelhan A, et al. Transpiration cooling using liquid water[J]. Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 2009, 23(4): 693-702.
- [7] Langener T, von Wolfersdorf J, Selzer M. Experimental investigations of transpiration cooling applied to C/C material[J]. International Journal of Thermal Sciences, 2012, 54(6): 70-81.
- [8] Gülhan A, Braun S. An experimental study on the efficiency of transpiration cooling in laminar and turbulent hypersonic flows[J]. Experiments in Fluids, 2011, 50(2): 509-525.
- [9] Langener T, von Wolfersdorf J. Transpiration cooling with supersonic flows and foreign gas injection[R]. AIAA 2010-6794, 2010.
- [10] 侯玉柱,郑京良,董威. 高超声速飞行器瞬态热试验[J]. 航空动力学报, 2010, 25(2): 343-347.  
HOU Yuzhu, ZHENG Jingliang, DONG Wei. Transient test of aerodynamic heating for hypersonic vehicle[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(2): 343-347. (in Chinese)
- [11] 潘文全. 工程流体力学[M]. 北京:清华大学出版社,1988.
- [12] Committee on Extension of the Standard Atmosphere. NO- AA Document S/T 76-1562 U. S. standard atmosphere [S]. Washington DC: U. S. Government Printing Office, 1976.
- [13] 范绪箕. 气动加热与热防护系统[M]. 北京:科学出版社, 2004.
- [14] 卞荫贵,徐立功. 气动热力学[M]. 合肥:中国科学技术大学出版社,2011.
- [15] Gad-el-Hak M. The fluid mechanics of microdevices: the freeman scholar lecture[J]. Journal of Fluids Engineering, 1999, 121(1): 5-33.
- [16] 陶国庆. 大气物理学[M]. 北京:气象出版社,1987.
- [17] 雷延花,徐敏,陈士楷. 高超音速飞行器气动加热计算[J]. 上海航天,2001,18(5):10-13.  
LEI Yanhua, XU Min, CHEN Shilu. Aerodynamic heating calculation of hypersonic flight vehicle [J]. Aerospace Shanghai, 2001, 18(5): 10-13. (in Chinese)
- [18] 蒋友娣,董葳,陈勇. 高超声速钝头体变熵流表面热流计算[J]. 航空动力学报,2008,23(9):1591-1594.  
JIANG Youdi, DONG Wei, CHEN Yong. Surface heat flux calculation of variable entropy flow for hypersonic blunt bodies[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(9): 1591-1594. (in Chinese)